מישורים ואנכים

רוצים כי מהנתון $M_0=(x_0,y_0,z_0)$

ונתון $\bar{n}=(A,B,C)$ הגדרנו את המישור

הישר עבור M_0 המאונך ל- $\bar{n}$

נקח נקודה כלשהי $M=(x,y,z)$ המקיימת

שמתקיים $\overline{M_0M}\perp\bar{n}$.

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0)=0$$

$$Ax+By+Cz+D=0$$

הערה: מישור אינטגרלי בעל הגדרה שלילית

נקודה $M_0=(x_0,y_0,z_0)$ ושני כיוונים לא

מקבילים $\bar{v}=(v_1,v_2,v_3)$, $\bar{u}=(u_1,u_2,u_3)$

$$M=M_0+s\cdot\bar{u}+t\bar{v}$$

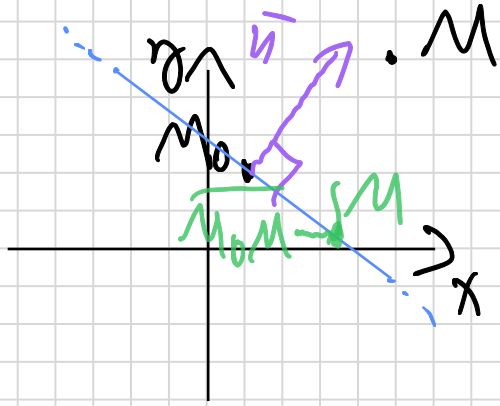
אנכים מאי שוויון: מהנתון נקודה $M_0=(x_0,y_0)$

ונתון $\bar{n}=(A,B)$ (A,B לא שניהם אפס), הישר

המאונך ל- $\bar{n}$ עבור M_0 המאונך

הוא אוסף כל הנקודות $M=(x,y)$

שמקיים $\overline{M_0M}\perp\bar{n}$.



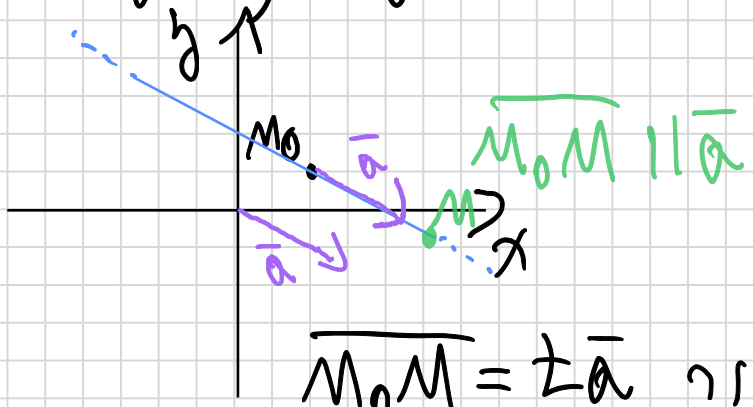
מעניינות הישר

$$Ax+By-(Ax_0+By_0)=0$$

$$Ax+By+C=0$$

ישרים (לא מהכרח במישור)

מהי דרך נקודה $M_0=(x_0,y_0,z_0)$ וכיוון $\bar{a}=(k,l,m)\neq\bar{0}$ (k, l, m לא כולם אפס), הישר העובר דרך M_0 ומקבילה ל-$\bar{a}$ הוא אוסף כל הנקודות $M=(x,y,z)$ עבורן $\overrightarrow{M_0M} \parallel \bar{a}$ ($\overrightarrow{M_0M}$ מקבילה ל-$\bar{a}$)



$\overrightarrow{MM_0} \parallel \bar{a}$, $\bar{a}\neq\bar{0}$

קיים סקלר t עבור $\overrightarrow{M_0M}=t\bar{a}$

קיים t: $(x-x_0,y-y_0,z-z_0)=t(k,l,m)$

$$\begin{cases} x-x_0=tk \\ y-y_0=tl \\ z-z_0=tm \end{cases}$$

קיים סקלר t

- הדרך הפרמטרית של ישר העובר דרך $M_0=(x_0,y_0,z_0)$ ומקבילה ל-$\bar{a}=(k,l,m)$ היא

$$\begin{cases} x=x_0+tk \\ y=y_0+tl \\ z=z_0+tm \end{cases}, \quad t\in\mathbb{R}$$

מתרה: $\bar{r}(t) = (x_0 + tk, y_0 + tl, z_0 + tm)$

$t \in \mathbb{R}$

- הגדרה הקנונית של ישר העובר דרך $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$ ומקביל ל- $\bar{a} = (k, l, m)$.

זו ההגדרה הקנונית: $\frac{x - x_0}{k} = \frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{m}$

מהנתון הגדרה קנונית $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$

$\bar{a} = (k, l, m)$ וצורתי הגדרה קנונית

של הישר העובר דרך M_0 ומקביל ל- $\bar{a}$.

הערה: הנחה מתקרה ש- $k, l, m \neq 0$.

אם $k = 0$, $l, m \neq 0$

$x = x_0$, $\frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{m}$

אם $l = 0$, $k, m \neq 0$

$y = y_0$, $\frac{x - x_0}{k} = \frac{z - z_0}{m}$

אם $m = 0$, $k, l \neq 0$

$z = z_0$, $\frac{x - x_0}{k} = \frac{y - y_0}{l}$

הערה: לישר נטיות מהגדרה קנונית כושר

2 מתנאים k, l, m מתאפסים.

פונקציות מספר משתנים

הגדרות: תהי תחום $D \subseteq \mathbb{R}^n$, $E \subseteq \mathbb{R}^k$

נאמר כי $\bar{f}$ פונקציה מתחום D לתחום E

$$\bar{f}: \underset{\mathbb{R}^n}{\underset{\cap}{D}} \longrightarrow \underset{\mathbb{R}^k}{\underset{\cap}{E}} \qquad \bar{f}(x_1,\dots,x_n) \qquad \begin{pmatrix} f_1(x_1,\dots,x_n) \\ \vdots \\ f_k(x_1,\dots,x_n) \end{pmatrix}$$

- D נקרא תחום ההגדרה של $\bar{f}$.
- E נקרא הטווח של $\bar{f}$. אם נתון כמעט תמיד ניקח $E=\mathbb{R}^k$.

נסתכל על מקרים מונים פונקציות של n משתנים

1. פונקציות סקלריות: $f(x_1,\dots,x_n): \underset{\mathbb{R}^n}{\underset{\cap}{D}} \to \mathbb{R}$

$f(x,y) = x^2+y^2$

$f(x_1,x_2) = x_1^2+x_2^2$

- גרף של פונקציה סקלרית

$$G_f = \{ \underbrace{(\underbrace{x_1,\dots,x_n}_{n \text{ רכיבים}}, \underbrace{f(x_1,\dots,x_n)}_{\text{רכיב אחרון}})}_{n+1 \text{ רכיבים}} \mid (x_1,\dots,x_n) \in D \}$$

$n=1$ $\quad G_f = \{ (x,f(x)) \mid x \in I \} \subset \mathbb{R}^2$

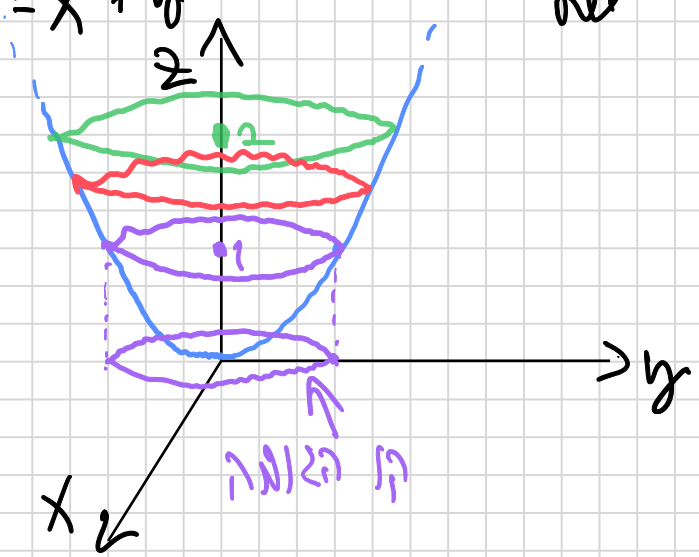
$n=2$ $\quad G_f = \{ (x,y,f(x,y)) \mid (x,y) \in D \} \subseteq \mathbb{R}^3$

הגרף של $f(x,y)=x^2+y^2$

$f(x,y)=x^2+y^2=1$

$f(x,y)=x^2+y^2=2$

$f(x,y)=x^2+y^2=-1$



- מה נתון פונקציה $f(x,y)$ וסקלר c ו
קו הגובה (או קו הרמה) המתאים ל- c
הוא הקבוצה $\{(x,y)\mid f(x,y)=c\}\subseteq\mathbb{R}^2$.
$x^2+y^2=c$
הערה: קו גובה אינו מהווה קו. זה רק שם.
- מהנתון פונקציה $f(x,y,z)$ וסקלר c ו
משטח הגובה (או משטח הרמה) המתאים ל-c
הוא הקבוצה $\{(x,y,z)\mid f(x,y,z)=c\}\subseteq\mathbb{R}^3$.

2. שדה וקטורי:

$\bar{F}: D \to \mathbb{R}^n$ שווים

D הוא $\mathbb{R}^n$

מה מתרחש אם $\bar{F}:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$

אם $\bar{F}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$

$\bar{F}:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ $\quad \bar{F}(x,y)=(P(x,y),Q(x,y))$

P,Q פונקציות סקלריות מ-2 משתנים

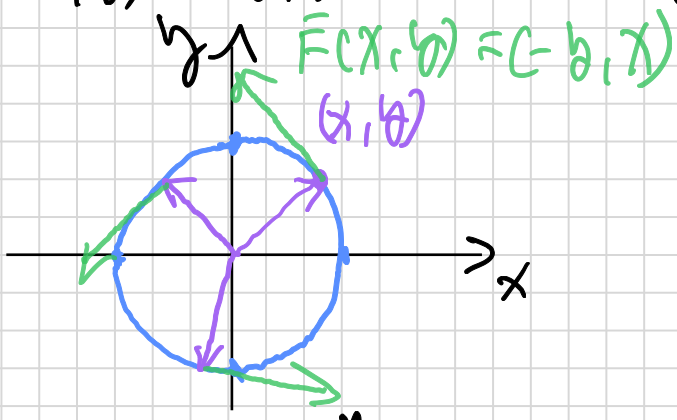
$\bar{F}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ $\quad \bar{F}(x,y,z)=(P(x,y,z),Q(x,y,z),R(x,y,z))$

P,Q,R סקלריות

לדוגמא: $\bar{F}(x,y)=(-y,x)$

סה"כ נראה לבדוק מה: $(x,y)\cdot\bar{F}(x,y)=$

$=(x,y)\cdot(-y,x)=-xy+xy=0$



3. עקומים / מסלולים:

$\bar{r}(t): I \to \mathbb{R}^n$, $I \subseteq \mathbb{R}$

I קטע

I מגדיר קטע, ומגדיר קטע חסום וסגור.

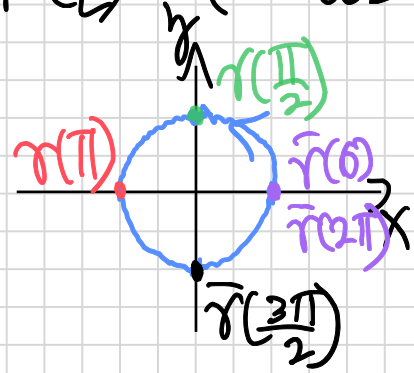
$\bar{r}(t)$ שבעה עקומה הנתנה פרמטרית של מסלול/עקום ב-$\mathbb{R}^n$.

- יהי $\bar{r}(t):[a,b]\to\mathbb{R}^n$ אז $\bar{r}(a)$ נקרא נקודת ההתחלה של המסלול ו- $\bar{r}(b)$ נקרא נקודת הסיום (או נקודת הסוף) של המסלול.

$\bar{r}(t)=(\cos t,\sin t)$ $\quad 0\le t\le 2\pi$

$0\le t\le \pi$

מגדיר חצי המעגל



פעמיים, נבדל כיוון השעון